

RJEŠENJA ZA 7. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Iz uvjeta $\overline{abc} : c = \overline{bc}$ slijedi da je $\overline{abc} = c \cdot \overline{bc}$, odakle dobivamo da znamenka c može poprimiti sljedeće tri vrijednosti: $c = 1$, $c = 5$ i $c = 6$. 3 BODA

Ako je $c = 1$ slijedi da je $\overline{ab1} = \overline{b1}$, što ne može biti jer je lijeva strana troznamenkast, a desna strana dvoznamenkast broj. 1 BOD

Ako je $c = 5$ slijedi da je $100a + 10b + 5 = 5(10b + 5)$ odnosno nakon sređivanja $5a = 2b + 1$. 2 BODA

Ispitivanjem svih mogućnosti vidimo da prethodna jednadžba ima rješenje za $a = 1$ i $a = 3$.

Ako je $a = 1$, onda je $b = 2$, a ako je $a = 3$, onda je $b = 7$. 2 BODA

Preostaje jos razmotriti slučaj kada je $c = 6$. Iz uvjeta zadatka slijedi jednakost

$$100a + 10b + 6 = 6(10b + 6), \text{ odnosno nakon sređivanja } 10a - 5b = 3.$$

Ta jednadžba očito nema rješenja jer je lijeva strana jednadžbe djeljiva s 5, a desna nije. 2 BODA

Dakle imamo dva rješenja: $a = 1, b = 2, c = 5$ i $a = 3, b = 7$ i $c = 5$.

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Neka je x količina zlata čistoće 0.45 koju treba uzeti da se dobije 180 g zlata čistoće 0.65.

Od te količine dobiva se $0.45x$ g čistog zlata. 2 BODA

Sada, od zlata čistoće 0.75 treba uzeti $(180 - x)$ g koje sadrži $0.75(180 - x) = 135 - 0.75x$ g čistog zlata. 2 BODA

Kako treba dobiti 180 g zlata čistoće 0.65, vrijedi jednadžba $0.45x + 135 - 0.75x = 0.65 \cdot 180$, odnosno $-0.3x = -18$, čije je rješenje $x = 60$. 4 BODA

Prema tome, treba uzeti 60 g zlata čistoće 0.45 i $180 - 60 = 120$ g zlata čistoće 0.75, da bi se dobilo 180 g zlata čistoće 0.65. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3. Prvog je dana u trgovini prodano 10% ukupne količine brašna, odnosno $0.1 \cdot 5600 = 560$ kg brašna. 2 BODA

Drugog je dana prodano $\frac{1}{3}$ ostatka, odnosno $\frac{1}{3}(5600 - 560) = 1680$ kg brašna. 2 BODA

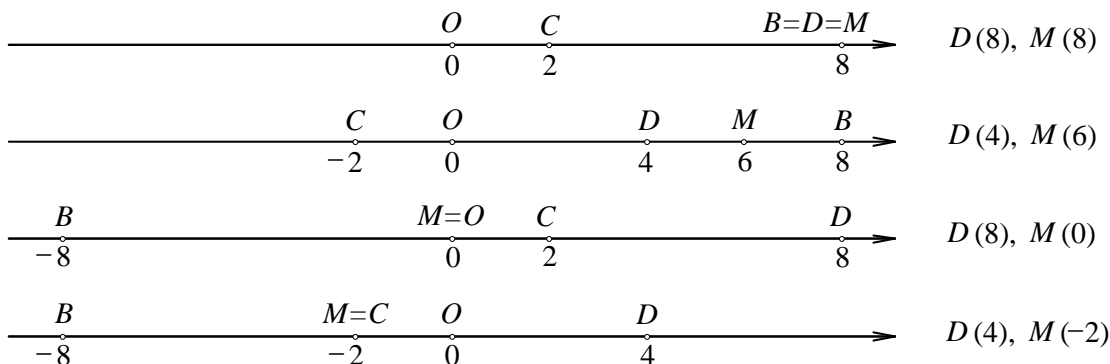
Ostatak od $5600 - 560 - 1680 = 3360$ kg treba razdijeliti u dvije prodavaonice u omjeru $0.2 : \frac{4}{25} = 5 : 4$. 2 BODA

Prema tome, jedna prodavaonica dobiva $\frac{5}{9}$, a druga $\frac{4}{9}$ ostatka. 2 BODA

Konačno, jedna je prodavaonica dobila $\frac{5}{9} \cdot 3360 = 1866\frac{2}{3}$ kg, a druga $\frac{4}{9} \cdot 3360 = 1493\frac{1}{3}$ kg brašna. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Kako je $|OB| = 8$ točka B može imati koordinate 8 i -8 , a točka C koordinate 2 i -2 , pa imamo sljedeća četiri slučaja. 2 BODA

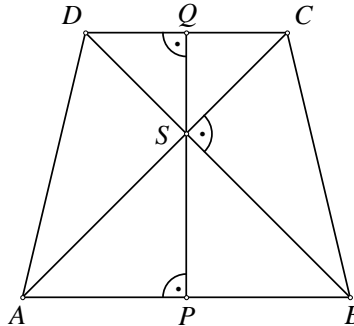


Svaki točno riješeni slučaj nosi po 2 boda.

8 BODOVA

..... UKUPNO 10 BODOVA

5. SKICA:



1 BOD

Neka je točka S sjecište dijagonala trapeza. Duljina h visine trapeza jednaka je zbroju duljina visina trokuta ABS i CDS iz vrha S na osnovice \overline{AB} i \overline{CD} .

1 BOD

Sada, kako je trapez jednakokračan i budući da se dijagonale sijeku pod pravim kutem, slijedi da su trokuti ABS i CDS jednakokračni pravokutni pa je $\sphericalangle SAB = \sphericalangle SBA = 45^\circ$ i $\sphericalangle SCD = \sphericalangle SDC = 45^\circ$.

2 BODA

Zbog toga je $\sphericalangle ASP = \sphericalangle BSP = 45^\circ$ i $\sphericalangle CSQ = \sphericalangle DSQ = 45^\circ$, pa su trokuti APS i SQD jednakokračni pravokutni, pri čemu su P i Q nožišta visina povučениh iz točke S na osnovice trapeza.

2 BODA

Zbog toga je $|PS| = |AP| = \frac{|AB|}{2}$ i $|QS| = |CQ| = \frac{|CD|}{2}$

2 BODA

Konačno, $|PQ| = \frac{|AB|}{2} + \frac{|CD|}{2} = \frac{5+3}{2} = 4$ cm

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA