

**DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE**

8. razred – osnovna škola

Pula, 30. ožujka 2009.

1. Odredi sve uređene parove (x, y) prirodnih brojeva takvih da je

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{xy + x + y}.$$

2. Dokaži da je razlika kvadrata bilo koja dva neparna broja djeljiva s 8.
3. Na ploči se nalaze svi šesteroznamenasti brojevi sastavljeni od znamenaka 1, 2, 3, 4, 5, 6, pri čemu se u brojevima svaka znamenka pojavljuje točno jedanput. Brojevi su napisani u rastućem poretku, odnosno od manjeg prema većem. Koji se broj nalazi na petstotom mjestu?
4. U trokutu ABC je $|BC| = 6$ cm, $|CA| = 8$ cm i $\sphericalangle ABC - \sphericalangle CAB = 90^\circ$. Izračunaj duljinu visine trokuta iz vrha C .
5. Na stranici \overline{AB} jednakostraničnog trokuta ABC dana je bilo koja točka M . Neka su P i Q redom nožišta okomica spuštenih iz točke M na stranice \overline{AC} i \overline{BC} . Nadalje, neka su P_1 i Q_1 redom nožišta okomica spuštenih iz točaka P i Q na stranicu \overline{AB} . Dokaži da je

$$|P_1Q_1| = \frac{3}{4}|AB|.$$

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dozvoljena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.